

Динамика. Конспект теории

Движение по наклонной плоскости

Сила трения мешает лежащему на наклонной поверхности телу двигаться (например, соскальзывать).

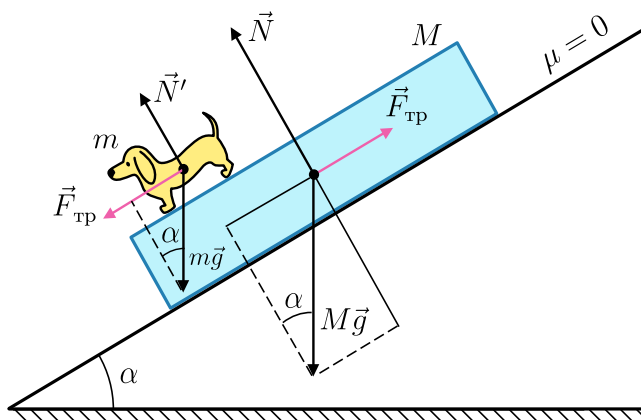
Вес — это сила, с которой тело действует на опору или подвес (сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес).

По третьему закону Ньютона вес и сила нормальной реакции опоры равны по модулю и противоположны по направлению.

Когда тело находится в покое на наклонной плоскости, оно удерживается силой трения. Если попытаться сдвинуть тело, то сила трения создает сопротивление этому движению.

Трение покоя — сила, возникающая между двумя неподвижными контактирующими телами и препятствующая возникновению относительного движения. Максимальная сила трения покоя — наибольшее значение силы трения, при котором скольжение ещё не наступает.

Задача. На гладкой наклонной плоскости с углом α находится доска массой M . С каким ускорением и в каком направлении должна бежать по доске собака массой m , чтобы доска не соскальзывала?



Для того, чтобы доска не соскальзывала, необходимо, чтобы сила трения, действующая на доску со стороны собаки, была направлена вверх по наклонной плоскости. Отсюда, согласно третьему закону Ньютона, сила трения, действующая на собаку, должна быть направлена вниз. Заметим, что действующая на собаку сила трения является силой трения покоя (в каждый момент времени какая-то из лап покоится). Причём ускорение собаки сонаправлено с силой трения (как при ускорении собаки, так и при торможении). Запишем теперь второй закон Ньютона для доски и собаки в проекции на ось, параллельную наклонной плоскости:

$$\begin{cases} 0 = Mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} \\ ma = mg \sin \alpha + F_{\text{тр}}. \end{cases}$$

Отсюда находим

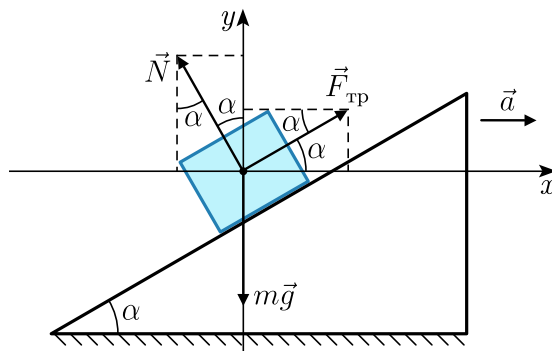
$$\begin{aligned} Mg \sin \alpha &= F_{\text{тр}}; \\ ma &= mg \sin \alpha + Mg \sin \alpha. \end{aligned}$$

Следовательно, искомое ускорение равно

$$a = \frac{m + M}{m} g \sin \alpha.$$

Так как сила трения, действующая на собаку, сонаправлена с её ускорением, то ускорение собаки направлено вниз. Таким образом, собака может бежать в любом направлении, а вот ускоряться она должна вниз.

Задача. На горке с углом наклона α покоится брусок. При каком минимальном ускорении горки брусок начнет скользить по горке вниз? Коэффициент трения μ .



Проведём оси координат, как показано на рисунке. Запишем второй закон Ньютона для бруска в проекции на эти оси:

$$\begin{cases} ma = F_{\text{тр}} \cos \alpha - N \sin \alpha \\ 0 = N \cos \alpha + F_{\text{тр}} \sin \alpha - mg. \end{cases}$$

В силу условия задачи $F_{\text{тр}}$ — это сила трения скольжения, отсюда $F_{\text{тр}} = \mu N$ и

$$\begin{cases} ma = \mu N \cos \alpha - N \sin \alpha \\ 0 = N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha - mg. \end{cases}$$

Отсюда находим выражения для ускорения a и силы нормальной реакции N :

$$a = \frac{N(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{m},$$

$$mg = N(\cos \alpha + \mu \sin \alpha),$$

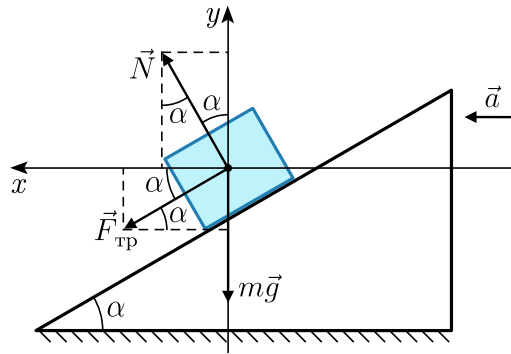
$$N = \frac{mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Следовательно, для ускорения a получаем:

$$a = \frac{mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \cdot \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{m};$$

$$a = g \cdot \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Задача. На горке с углом наклона α покоится брусок. При каком минимальном ускорении горки брусок начнет скользить по горке вверх? Коэффициент трения μ .



Проведём оси координат, как показано на рисунке. Запишем второй закон Ньютона для бруска в проекции на эти оси:

$$\begin{cases} ma = F_{\text{тр}} \cos \alpha + N \sin \alpha, \\ 0 = N \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha - mg. \end{cases}$$

В силу условия задачи $F_{\text{тр}}$ — это сила трения скольжения, отсюда $F_{\text{тр}} = \mu N$ и

$$\begin{cases} ma = \mu N \cos \alpha + N \sin \alpha, \\ 0 = N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha - mg. \end{cases}$$

Отсюда для ускорения a и силы нормальной реакции опоры N получаем:

$$a = \frac{N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{m},$$

$$mg = N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha),$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$

Подставляя полученное выражение для N в выражение для a , получаем ответ:

$$a = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \cdot \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{m};$$

$$a = g \cdot \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$